

I. kolo kategorie Z9

Z9–I–1

Do rohových políček tabulky 3×3 jsou vepsána čísla jako na obrázku:

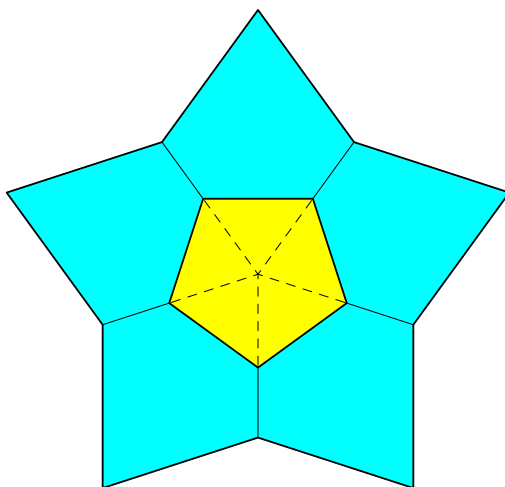
3		6
12		15

Do prázdných políček doplňte kladná celá čísla tak, aby součin čísel ve všech řádcích a sloupcích byl stejný. Najděte všechny možnosti. (J. Zhouf)

Z9–I–2

Útvar na obrázku je vytvořen z pěti shodných azurových kosočtverců a jednoho žlutého pravidelného pětiúhelníku, který kosočtverce částečně překrývá. Kosočtverce sousedí celými stranami a na nich leží vrcholy pětiúhelníku. Poměr velikostí poloměru kružnice opsané pětiúhelníku a strany kosočtverce je $4 : 7$.

Rozhodněte, zda nepřekrytá část každého kosočtverce má větší, stejný, nebo menší obsah než pětiúhelník. (M. Dományová)



Poznámka: obrázek je pouze ilustrační.

Z9–I–3

Na tabuli je napsáno několik po sobě jdoucích přirozených čísel počínaje jedničkou. Každé z těchto čísel má buď azurovou, nebo žlutou barvu. Součet každých dvou různobarevných čísel je prvočíslem, součet každých dvou stejnobarevných čísel je složeným číslem.

Kolik nejvíce čísel může být napsáno na tabuli?

(P. Bak)



Z9–I–4

Přirozené číslo se nazývá *čtverečkové*, pokud jeho zápis obsahuje číslici nebo skupinu po sobě jdoucích číslic, jež jsou zápisem druhé mocniny kladného celého čísla. (Např. čísla 257 a 725 jsou čtverečková, čísla 275 a 572 nikoli.)

Určete počet všech dvojmístných čtverečkových čísel. (M. Dillingerová)

Z9–I–5

V lyžařském oddíle se počet všech dětí snížil o 10 %, přitom poměr děvčat vůči všem dětem vzrostl z 50 % na 55 %.

O kolik procent se změnil počet děvčat? (I. Jančígová)

Z9–I–6

Kružnice k a l se zvnějšku dotýkají a poloměr kružnice k je stejný jako průměr kružnice l . Bod S je středem kružnice k , bod T je bodem dotyku kružnic, bod A leží na kružnici l mimo spojnici středů kružnic a bod M je středem úsečky AS .

Dokažte, že úhel ATM je pravý. (L. Komín)